

Loogiline programmeerimine

Loeng 2_1: Sissejuhatus loogikasse

Loogika aine ja põhimõisted

▶ Loogika aine

- Üldised mõtlemise vormid: *abstraktne, kujundiline, inspiratiivne*
- Loogika uurib abstraktset mõtlemist, mõtlemisreegleid ja nende rakendamist faktidele.
- *Aristoteles*: "Loogika on väitluse struktuuri uuriv teadus"
- !!! *Väidete loogiline tõestamine* on nende tõesuse näitamine kasutades loogika reegleid ja teisi (varem tõestatud või postuleeritud) tõeseid väiteid.

Loogika aine ja põhimõisted

- ▶ Abstraktse mõtlemise mehhanismid:
 - Deduktsioon
 - Induktsioon
 - Abduktsioon
 - Arutlemine analoogia põhjal

Mõtlemise mehhanismid: *deduktsioon*

Üldistest reeglitest ja konkreetsetest faktidest lähtudes uute faktide järeldamine

Näide:

Eeldused:

Üldine reegel: *Kõik inimesed on surelikud*

Fakt:

Sokrates on inimene

Järeldus:

Sokrates on surelik

Mõtlemise mehhanismid: *induktsioon*

Üksikute teadmiste baasil üldistuste (sh reeglite) tuletamine

Näide:

Fakt1: Sokrates oli inimene ja suri.

Fakt2: Aristoteles oli inimene ja suri.

Fakt3: Plaaton oli inimene ja suri.

...

Järeldus: Kõik inimesed on surelikud.

Ajalugu:

Carnap - *formal system of inductive logic*

David Hume - *“future could not induced from the past”*

K.R.Popper - *“is the principle of induction provable? ”*

Matemaatilise induktsiooni meetodid: complete induction, well-founded induction, structural induction, ...

Mõtlemise mehhanismid: *abduktsioon*

“Tagantjärele” seletamine (Levesque, 1989)

Näide

- Olgu teada, et
 - ▣ väitest A järeljub B
 - ▣ B kehtivus on ratsionaalselt põhjendatav
- Järeldus:
 - ▣ Siis peab olema põhjendatav ka väite A kehtivus
- ▶ Rakendused
 - Nähtustele seletuse otsimine suurtest andmekogudest (“big data” analüüs)

Mõtlemise mehhanismid: *arutlemine analoogia põhjal*

- ▶ Omaduste ülekandmine objektide sarnasuse põhjal (induktsiooni erivorm):
- ▶ Näide 1:
 - Eeldused (e. teada olevad faktid):
 - Kui objektil A on atribuudid a, b, c ja d
 - Ja objektil B on atribuudid a, b, c
 - Järeldus (“spekulatiivne”):
 - Siis on objektil B ka atribuut d
- ▶ Näide 2:
 - Eeldused
 - Varblasel on suled, tiivad ja ta lendab
 - Pingviinil on suled ja tiivad
 - Järeldus
 - Pingviin ka lendab

Alusmõisteid loogikast

- ▶ Lause
- ▶ Term
- ▶ Lausevorm
- ▶ Levinumad loogikavead

Alusmõisteid loogikast: *lause (proposition)*

- ▶ Lause esitab teadmist, mis võib olla tõene või väär.
- ▶ Näited:
 - *Väljas sajab vihma*
 - *5 on algarv*
- ▶ Lauseid tähistame lauseloogikas ***lausemuutujatega***:
 - A - väljas sajab vihma*
 - B - 5 on algarv*
- ▶ Liitlause
 - Väljas sajab vihma ja 5 on algarv - $A \wedge B$*

Alusmõisteid loogikast: Term (1)

- ▶ Term tähistab objekti, mis sisaldub väites
- ▶ Term omab tõeväärtusest erinevat väärtust: täisarv, nimi, kaardimast jne
- ▶ Termide defineerimine:
 1. Defineerimine üldise tüübi ja kitsendava(te) omadus(t)e kaudu:
Näide:
 - ▮ *Koolilapsed on lapsed, kes kannavad koolivormi* (kontingentne tingimus).
 - ▮ *Koolilapsed on lapsed, kes käivad koolis* (tarvilik tingimus).
 - Definitsioonis ei tohi kasutada defineeritavat termi (ringdefinitsioon e. tautoloogia)
 - ▮ Näide:
 - ▮ *Koolilapsed on koolilapsed vanuses kuuest kaheksateistkümne aastani.*
 - ▮ !!Tautoloogia on alati tõene lause

Alusmõisteid loogikast: Term (2)

2. Rekursiivne definitsioon

Uus termi eksemplar defineeritakse varem defineeritud eksemplaride kaudu, kuid teatud regulaarse modifikatsiooniga.

Näide: Naturaalarvude hulk

- 1 on esimene naturaalarv (rekursiooni baas)
- n -s naturaalarv on $(n - 1)$ naturaalarv liita 1 (rekursiooni samm)

3. Definitsioonis tuleb vältida topelt eitust ja võimaluse korral ka eitust.

Näide: *Aumes ei ole ebaaus*

4. Ostensiivne definitsioon (osutamise, loetlemise teel).

Näide: *Peeter, Aili ja Paul on koolilapsed*

5. Defineerimine analoogia kaudu, millele on lisatud eristav tingimus.

Näide: *Tudengid on nagu kooliõpilased*

Alusmõisteid loogikast: Lausevormid (tüüplaused)

1. Kategooriline lause

- Kuulutab fakti kehtivaks või mittekehtivaks.
- Esineb traditsiooniliselt *subjekt-predikaat* vormis:
 - *subjekt* – objekt, mille kohta väidetakse
 - *predikaat* – subjekti omadus, mille kehtivust väidetakse
- Näide: *Jumal on surematu*

2. Hüpoteetiline lause

- Väite kehtivus sõltub teatud tingimustest
- Näide: *Kui päike paistab, lähen jalutama*
 - "*Kui päike paistab*" – eeltingimus e. andetsedent
 - "*lähen jalutama*" – järeldus e. konsekvent

3. Disjunktiivne lause

- Väljendab alternatiivi
- Näide 1 (välistav e. range disjunktsioon) : *Kell 3 olen poes või koolis*
- Näide 2 (mittevälistav e. nõrk disjunktsioon): *Ta kirjutab või helistab mulle*

4. Dilemma

- Väljendab alternatiive, kus ükski ei rahulda lauses antud tingimust.
- Näide:
Õhtul kaua õppides olen homme liiga unine, et sooritada eksamit, kuid vara magama minnes ei tea ma piisavalt, et sooritada eksamit.

Loomuliku keele kasutuses esinevaid loogikavigu

1. Ekvivooksus – sama termi kasutatakse erinevates tähendustes
Näide: *Palk, tee, loogika, projekt, kapp, ...*
2. Üldise reegli kasutamine sobimatul erijuhul
Näide: *Söömine on eluks vajalik, sellepärast ka mürgi söömine on vajalik.*
3. Konteksti vahetus argumenteerimise käigus
Näide (Saksa-Kreeka dialoog):
 - X: *"Kuna teie majandussüsteem on korruptiivne, siis me vähendame majandusabi ja investeeringuid".*
 - Y: *"Teie peaksite hakkama tasuma meile II maailmasõja kahjusid".*
4. Nõutakse jah/ei tüüpi vastust küsimusele, millele ei saa nii vastata
Näide: *Kas te olete juba oma hommikusest viskijoomisest loobunud?*
5. Küsimuse tähendus ja vastus oleneb kontekstist
Näide: *Arst patsiendilt: "Kas X-ga on korras?"*
Kuningas timukalt: "Kas X-ga on korras?"

2. Lausearvutus

2.1. Teadmiste ja arutluse formaliseerimine lausearvutuse keeles

- ▶ Väited koosnevad lihtlausetest, mis on omavahel seotud loogika seoste ehk tehetega (ja; või; ei; kui ..., siis ..., jne).
- ▶ Lausearvutuse seoste korral määravad osalausete tõeväärtused täielikult kogu lause tõeväärtuse, osalausete konkreetne sisu ei ole aga tähtis.
- ▶ Lausearvutuse tehteks nimetatakse niisugust lausetes kasutatavat seost, mille tõeväärtus on tema osalausete tõeväärtuste funktsioon (*Boole'i funktsioon*).
- ▶ Näide:
 - *Ats õpib **või** Ats vaatab telerit*
 - *Ats õpib **ja** Ats vaatab telerit*
 - *Ats **ei** õpi*

Lausearvutus (I)

Lausearvutuse tehe on defineeritud *tõeväärtustabeliga* (Boole'i funktsiooni graafik).

Tõeväärtused: Tõene – T, 1 (*true*)
 Väär – F, 0 (*false*)

- Eitus ehk negatsioon (*negation*) “ \neg ”

p	$\neg p$
T	F
F	T

- Konjunktsioon ehk “loogiline ja” (*conjunction*) “*and*”, “&”, “ \wedge ”

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

Lausearvutus (2)

- Disjunksioon ehk “loogiline või” (*disjunction*) “or”, “ \vee ”

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

xor?

- Implikatsioon ehk “kui ... siis” (*implication*) “ \rightarrow ”, “ \Rightarrow ”, “ \supset ”, “*if... then...*”

p	q	$p \rightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

Lausearvutus (3)

- Ekvivalents ehk “siis ja ainult siis kui” ehk “parajasti siis kui” “ \Leftrightarrow ”

Ristkülik on ruut \Leftrightarrow ristküliku kõik küljed on võrdsed

\equiv - ekvivalents

\sim - sarnasus

\leftrightarrow

\Leftrightarrow - vastastikune jäeldumine

iff – (if and only if)

<u>p</u>	<u>q</u>	<u>$p \equiv q$</u>
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

2.2 Lausearvutuse keel: süntaks

- **Tähestik**

- Lausemuutujate sümbolid: A, B, C, \dots
- Loogiliste tehete sümbolid: $\neg, \wedge, \vee, \rightarrow, \leftrightarrow$
- Kirjavahemärgid: $()$

- **Süntaks** (induktiivselt)

1. Atomaarne valem e . aatom koosneb ainult ühest lausemuutujast. Iga atomaarne valem on valem (s.h. ka loogika konstandid T ja F).
2. Kui p on lausearvutuse valem, siis $\neg p$ on lausearvutuse valem.
3. Kui p ja q on lausearvutuse valemid, siis $p \wedge q, p \vee q, p \rightarrow q, p \leftrightarrow q$ on lausearvutuse valemid.
4. Muid lausearvutuse valemeid ei ole.

2.2 Lausearvutuse keel: semantika

- **Semantika** (valemi tõeväärtuse määratlus tema alamvalemite tõeväärtuste põhjal)

Olgu p ja q lausearvutuse valemid.

1. Iga lausemutuuja väärtuseks on kas tõeväärtus *tõene* (T) või *väär* (F).

2. Valem $\neg p$ on tõene *parajasti siis, kui* p on väär.

3. Valem $p \wedge q$ on tõene *parajasti siis, kui* p ja q on mõlemad tõesed.

$p \vee q$ on tõene *parajasti siis, kui* vähemalt üks valemitest p ja q on tõene

$p \rightarrow q$ on tõene *parajasti siis, kui* p on väär või q on tõene.

$p \leftrightarrow q$ on tõene *parajasti siis, kui* p ja q tõeväärtused on samad

!! Süntakiliselt $A \neq \neg\neg A$!

2.2 Lausearvutuse keel: näiteid

- Tautoloogia, kontradiktsioon ja kontingentne lause
- *Loogiliselt tõene* valem e. *tautoloogia* on kõigil lausemutuujate väärtustel tõene.
Näide: $A \leftrightarrow \neg\neg A$
- *Loogiliselt väär* valem e. *kontradiktsioon* on kõigil lausemutuujate väärtustel väär.
Näide: $A \wedge \neg A$
- Ülejäänud valemeid nimetatakse *kontingentseteks*.
Näide: $A \vee B$
- Valemite, mis on mingil lausemutuujate väärtusel tõene, nimetatakse *kehtestatavaks*.

Lisalugemist:

T. Tamme, T. Tammet, R. Prank. *Loogika, mõtlemisest tõestamiseni*. Tartu Ülikooli kirjastus. 1997.

T. Tamme. *Loogilise programmeerimise meetod*. Tartu 2003