

## Ülesanded 2.

1. Klassi kõikidest lastest armastavad 18 last malet mängida, 21 rattaga sõita, 23 jalgpalli mängida ja 17 matkata. Male ja jalgpall mõlemad meeldivad 9 lapsele, male ja rattasõit seitsmele, male ja matkamine kuuele, jalgpall ja rattasõit 12-le, jalgpall ja matkamine 9-le ning jalgrattasõit ja matkamine 12-le lapsele. 4 last armastavad malet, jalgpalli ja rattasõitu, 3 last malet, jalgpalli ja matkamist, 5 last malet, rattasõitu ja matkamist ning 7 jalgpalli, rattasõitu ja matkamist. Me ei tea, kas on kedagi, kellele meeldiks kõik neli tegevust. Teame, et iga laps tegeleb vähemalt 1 asjaga. Kui palju võib klassis olla selliseid lapsi, kellele meeldivad kõik neli tegevust? Kui palju lapsi võib üldse klassis olla?

2. Sajast inimesest oskab 70 inglise, 50 vene ja 30 prantsuse keelt. Inglise ja vene keelt oskab 34 inimest, vene ja prantsuse keelt 25 inimest. Kas võib olla tõsi, et kõiki kolme keelt valdab 18 inimest? Kui palju on siis neid, kes oskavad inglise ja prantsuse keelt?

3. Tõesta induktsiooniga, et  $\sum_{k=1}^n 2k = n^2 + n, n \geq 1$ .

4. Tõesta induktsiooniga, et  $\sum_{k=1}^n k^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}, n \geq 1$ .

5. Tõesta binoomi teoreemi abil, et

$$0 \cdot \binom{n}{0} + 1 \cdot \binom{n}{1} + 2 \cdot \binom{n}{2} + \dots + (n-1) \cdot \binom{n}{n-1} + n \cdot \binom{n}{n} = n \cdot 2^{n-1}$$

6. Tõesta, kasutades binoomi teoreemi, et iga naturaalarvu  $n$  korral

$$1 + \binom{n}{1}2 + \binom{n}{2}4 + \dots + \binom{n}{n-1}2^{n-1} + \binom{n}{n}2^n = 3^n$$

7. Leia  $x^6$  kordaja avaldise  $(2 - 3x + 2x^2)^4$  arenduses.

1. 0..3, 50..53.

2. Neid oleks 0..9, aga 18 peaks mahtuma selle hulga sisse.

7. 216