

## Ülesanded 2.

1. Klassi kõikidest lastest armastavad 18 last malet mängida, 21 rattaga sõita, 23 jalgpalli mängida ja 17 matkata. Male ja jalgpall mõlemad meeldivad 9 lapsele, male ja rattasõit seitsmele, male ja matkamine kuuele, jalgpall ja rattasõit 12-le, jalgpall ja matkamine 9-le ning jalgrattasõit ja matkamine 12-le lapsele. 4 last armastavad malet, jalgpalli ja rattasõitu, 3 last malet, jalgpalli ja matkamist, 5 last malet, rattasõitu ja matkamist ning 7 jalgpalli, rattasõitu ja matkamist. Me ei tea, kas on kedagi, kellele meeldiks kõik neli tegevust. Teame, et iga laps tegeleb vähemalt 1 asjaga. Kui palju võib klassis olla selliseid lapsi, kellele meeldivad kõik neli tegevust? Kui palju lapsi võib üldse klassis olla?

2. Mitu inimest peab olema ruumis, et oleks kindel, et vähemalt kahel neist on ühesugused initsiaalid? (1025)

3 Tõesta induktsiooniga, et  $\sum_{k=1}^n 2k = n^2 + n, n \geq 1$ .

4 Tõesta nii binoomi teoreemi abil kui ka induktsiooniga, et

$$0 \cdot \binom{n}{0} + 1 \cdot \binom{n}{1} + 2 \cdot \binom{n}{2} + \dots + (n-1) \cdot \binom{n}{n-1} + n \cdot \binom{n}{n} = n \cdot 2^{n-1}$$

5 Tõesta, kasutades binoomi teoreemi, et iga naturaalarvu  $n$  korral

$$1 + \binom{n}{1}2 + \binom{n}{2}4 + \dots + \binom{n}{n-1}2^{n-1} + \binom{n}{n}2^n = 3^n$$